

العناصر المرتبطة

لتكن المجموعة المرتبطة (E, \sim) المعروفة عليها أربعة عناصر تلعب دوراً هاماً في المجموعات المرتبطة

(a) العنصر الأعظمي :

نسبي M عندها أعظمي في E إذا كانه حين أجل
أي $x \in E$ فإن

$$M \not\leq x$$

هذا يعني إما $x \leq M$ أو أنه M و x غير قابلين

مثال

لتكن $E = \{2, 3, 4, 9\}$ مرتبطة ببلدقة يقسم

فإن العناصر 4 و 9 عنصرا أعظميان

(b) العنصر الأكبر :

نسبي a العنصر الأكبر في E إذا كانه حين أجل

نُجِب $x \in E$ فإن :

$$x \leq b$$

إنه هذا العنصر إن وجد فهو وحيد لأنه إذا فرضنا وجود اثنين طارعا فإنه يكون :

$$b' \leq b \quad \beta \quad b' \leq b$$

مثال

في المثال السابق المجموعة E له ثلاث عناصر أكبر

مثال

إذا كانت $E = \{2, 3, 6\}$ المرتبة ببلدقة تقسيم

فإن العنصر 6 يكون عنصرا أكبر

ملحوظات

(1) إذا طارعت E عنصرا أكبر b فإن b يكون أيضا عنصرا أصغريا وهو الوحيد

(2) إذا كانت E - مجموعة العناصر الدائرية M
والعصر الأكبر α يتطابقان دوماً

(3) أكبر الدائري :

نسبة العصر m من E هي أي $x \in A$ لـ A
من E إذا كان من أجل أي $x \in A$ فإن :

$$x \leq m$$

مثال

لتكن $E = \{2, 3, 4, 9\}$ مجموعة جزئية من

المجموعة المرتبة (M^*) :

فإن كل من 36 ، 72 هو حد أعلى
للمجموعة A .

ملاحظات

(1) إذا كانت أي الدائري m للمجموعة A ينتج أي A
عندئذ يكون هو نفس العصر الأكبر للمجموعة A
من أجل الترتيب الجول (أو الترتيب على A)

المادة: نظرية الشبكات المحاضرة: الثانية - نظرية

(2) نقول عن المجموعة الجزئية A التي تملك تلك الدائره
 هي تلك في E بأنها مجموعة من الدائره في E

(3) اذا كانت $m \in E$ ليس هذا تلك للمجموعة A
 فهذا يعني بأنه يوجد $x \in A$ حيث يكون

$$x \notin m$$

وهذا نستنتج أنه المجموعة الكلية من E تقبل أن
 عندهم من E هذا تلك لها

(d) ان الدائره الاخرى:

نفس المظهر S من E بالكم الدائره الاخرى
 للمجموعة A من E اذا حقق ما يلي:

- من أجل أي $x \in A$ فإن $x \in S$

- من أجل أي x تلك أخر حل m للمجموعة A
 فإن:

$$S \leq m$$

فالمجموعة A حل هذا المظهر إنه وجد فهو وحيد

ونفرض للنظر K بالرمز:

$$S = \sup_E A$$

أعطاء **مراجعة**

(1) إذا كانت $E = \{2, 3, 4, 9\}$ مجموعة جزئية من (M^4) فإن العدد 36 هو أكبر العناصر التي تنتمي للمجموعة A

(2) مجموعة الأعداد الزوجية من المجموعة (M) لا تنتمي هي أكبر وبالتالي فهي لا تنتمي هي أكبر أصغر

(3) إذا كانت $A = Q \cap [2, 7]$ مجموعة جزئية من المجموعة المرتبة (Q) فإن A تنتمي هي أكبر مثل (2) ولا تنتمي هي أكبر أصغر

على عقبات

(1) إن $S = \sup_E A$ وإذا كانت $S \in A$

فإن K يكون العنصر الأكبر في A من أجل الترتيب المولد

مسم: الرياضيات / غير ... المادة: نظرية الشبكات المحاضرة: الثانية - نظرية

وبالعكس إذا كانت A تملك عنصر أكبر من أهل ...
الترتيب المولد فنحن لا نكون أيضاً هو أكبر العناصر
اللاصغرية لها

(2) مجموعة الكسور العليا للمجموعة ϕ في E هي F
فلذلك أنت تقول بأن العنصر $\sup_E \phi$ موجود

يكافئ بأن E تملك عنصراً لاصغرياً

علامة

وبشكل مشابه طامسيت يمكن أيضاً أن نعرف
عنصر مميزة أخرى:

العنصر اللاصغري:

هو العنصر M' من E الذي يحقق من أهل أنه
عنصر من E مثل x فإن:

$$x \leq M'$$

العنصر اللاصغري:

هو العنصر M' من E الذي يحقق من أهل أنه

محاضرات الدفتر

قسم: الرياضيات / هجر - المادة: نظرية الشبكات المحاضرة: الثانية

عنصر x من E فإن :

$$x \leq x'$$

* إذا كانت $A \subseteq E$ فإن A الدافئ للمجموعة A في E هو العنصر $m' \in E$ حيث أنه من أجل أي $x \in A$ فإن :

$$m' \leq x$$

* A الدافئ الدقيق للمجموعة A من E هو العنصر $I \in E^-$ الذي يحقق الشرطين :

- (1) I هو دافئ
- (2) من أجل أي دافئ آخر I' لـ A فإن $I \leq I'$

وسنذكر لكم الدافئ الدقيق للمجموعة A في E بالرمز :

$$I = \inf_E A$$

محاضرات الدفتر

اسم: الرياضيات المادة: النظرية الشبكية المحاضرة: الثانية - نظرية

مبرهنات

إذا كانت $B \subseteq A \subseteq E$ فإن :

$$\star \sup_E B \leq \sup_E A$$

$$\star \inf_E A \leq \inf_E B$$

التي مالة وجود هذه الكود الدنيا والمليا

البرهان

نفرض أن $S = \sup_E A \Leftarrow S$ هو حد

أناك للمجموعة A في E . كما أن $B \subseteq A \Leftarrow$

S هو حد أناك للمجموعة $B \Leftarrow$

$$\sup_E B \leq S$$

وبقوة S عا - اوية نجاء :

$$\sup_E B \leq \sup_E A$$

نفرض أن $I = \inf_E A \Leftarrow I$ هو حد أدنى

$\Leftarrow B \subset A$ E \Rightarrow $I \leq \inf_E B$
 $\Leftarrow I$ هو حد أدنى للمجموعة B في E

وبتوحيث I جازية فيه نجد أن :

$$\inf_E A \leq \inf_E B$$

برهان

إذا كان $A \subset F \subset E$ فإن :

$$* \sup_E A \leq \sup_F A$$

$$* \inf_F A \leq \inf_E A$$

البرهان

إذا كان $S' = \sup_F A$ فإن S' هو حد أعلى للمجموعة

A في F وبما أن $F \subset E$ فإن S' ينتمي

إلى E إذن S' هو حد أعلى للمجموعة A في E

وهو جازية :

$$\sup_E A \leq S'$$

وبتقوية S' ببيان جديد:

$$\sup_E A \leq \sup_F A$$

وبشكل مشابه:

$$\text{إذا كانت } I' \leq \inf_F A \text{ فهو أدنى}$$

للجموعة A في F وبأن $F \subseteq E$ $\Rightarrow I' \leq \inf_E A$
 لأن E وبالتالي فهو أدنى للجموعة A في E
 وبذلك:

$$I' \leq \inf_E A$$

وبتقوية I' ببيان جديد:

$$\inf_F A \leq \inf_E A$$

ملاحظة

حيث يمكن $\sup_E A = \sup_F A$ يلزم ويمكن

أن يكون $\sup_E A \in F$

مثال

إذا افترضنا الحالة البديهية (\mathbb{R}) وإذا كانت
 $A = [1, 3] \cup [2, 3]$ و $B = [1, 1]$
 طرأ :

$$\sup_{\mathbb{R}} B = 1 \leq \sup_{\mathbb{R}} A = 3$$

$$\sup_{\mathbb{R}} B = 1 \leq \sup_A B = 2$$

مبرهنة

إذا كانت $f: E \rightarrow F$ أبز وصور فيزم ترتيب
 وإذا كانت $A \subseteq E$ فكل x في A يصرف في F
 $f(A)$ فكل x في $f(A)$ عندئذ x في A يصرف
 في F وهو $f(x)$
 أي أنه :

$$f(\sup_E A) = \sup_F (f(A))$$

أولئك صياغة هذه المبرهنة بـ f كدالة جزئية
 (أي الدالة التي تحل)

الرمز

$$x \in A \Leftrightarrow x' \in f(A)$$

يجب يثبت:

$$x' = f(x)$$

كما أنه $x \in S$ (لأنه S هو اتحاد المجموعات A في E)

$$x' = f(x) \in f(S) \quad \Leftarrow$$

$$\Leftarrow f(S) \text{ هو اتحاد المجموعات } f(A) \text{ في } f \quad \Leftarrow$$

ولذلك m' هو اتحاد المجموعات $f(A)$ في f \Leftarrow توجد

$m \in E$ (وهي مميزة) بحيث يكون:

$$m' = f(m)$$

من أجل أي $x \in A$ فإن $f(x) \in f(A)$
 يكون:

$$f(x) \in f(m) = m'$$

$$x \in m$$

\Leftarrow

لأن f مورفزم ترتيب

$\Leftarrow m$ هو اتحاد المجموعات A في E \Leftarrow

$$f(S) \subseteq f(m) = m' \Leftarrow S \subseteq m$$

وعنه فإن:

$f(S)$ هو اتحاد المجموعات A في f

f

المجموعات شبه الاستقرارية

نقول عن المجموعة المرتبطة E بأنها شبه استقرائية
إذا كانت كل علاقة غير فالية عن E تملك M أعلى
في E

و نقول عن مجموعة بأنها استقرائية إذا كانت كل
علاقة عن E تملك M أعلى أو هي في E

نظرية زورن Zorn (تقبل بدون برهان)

إذا كانت E مجموعة شبه استقرائية فإنه من أجل
أي عنصر $a \in E$ يوجد تلك الأقل عندها النظرية
 M من E حيث لا يكون:

$$M \geq a$$

انتهت المحاضرة

